Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT

Prova	1^a Avaliação de Geometria Analítica - 19/09/2019
Prof.	Carlos Alberto da Silva Junior
Valor	30.0 pontos
Aluno(a):	

- Escolha 5 (cinco) das 6 (seis) questões abaixo, assinalando a opção escolhida para não ser corrigida no parêntese indicado.
- Só serão corrigida 5 (cinco) questões, e se não for indicada qual a opção a ser desconsiderada, serão corrigidas as 5 primeiras questões.
- A prova pode ser feita a caneta ou a lápis; - Horário de prova: das 17:00 as 18:50.
- Não é permitido o uso de nenhum equipamento eletrônico durante a prova, sendo que o uso de qualquer equipamento pode ser considerado cola e a prova será anulada.

1. (   ) **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

   a) Sabendo que os pontos X, Y e Z possuem, respectivamente, as coordenadas no plano cartesiano $(0,0)$, $(m,8)$ e $(n,n+3)$, e que Z é o ponto médio do segmento $\overline{XY}$, então, determine as coordenadas do ponto $P=(m,n)$.

   b) Seja $Q=(1,a)$ um ponto do 3^o quadrante. Qual o valor de a para que se tenha $d(P,Q)=2$, sendo $P=(a,1)$ e $d(P,Q)$ a distância entre os pontos P e Q.

   c) Calcule $d(P,Q)$, sendo a distância entre os pontos P e Q dados a seguir.

      a) $P=(-1,2,-3)$ e $Q=(2,1,4)$; b) $P=(0,0,0)$ e $Q=(x,y,z)$.

2. (   ) **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

   a) Seja $ABCDEF$ um hexágono regular de centro O. Calcule a soma dos seis vetores que têm por representantes segmentos orientados com origem em cada um dos vértices de $ABCDEF$ e como extremidade o centro O.

   b) Sejam $OABC$ um tetraedro e X o ponto definido por $\overrightarrow{BX}=m\overrightarrow{BC}$. Exprima $\overrightarrow{OX}$ e $\overrightarrow{AX}$ em função de $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ e m.

   c) Prove que toda sequência que contenha o vetor nulo é LD.

3. (   ) **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

   a) Mostre que se $\overrightarrow{AB}\sim\overrightarrow{CD}$, então, $\overrightarrow{BA}\sim\overrightarrow{DC}$.

   b) Sejam $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vetores constantes. Então, resolva o sistema dado por

$$S:\left\{\begin{array}{rcl}\vec{x}+\vec{y}-\vec{z} & = & \vec{u}+\vec{v}\\ \vec{x}-\vec{y}+\vec{z} & = & \vec{u}-\vec{v}\\ -\vec{x}+\vec{y}+\vec{z} & = & \vec{0}\end{array}\right. .$$

   c) Dados os pontos $A=(-1,2,3)$ e $B=(-4,5,-2)$, determine um ponto P de forma que $\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{AB}$.

4. ( ) **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

   a) Seja $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$, $\vec{b} = \vec{u} - \vec{w}$ e $\vec{c} = \vec{u} + 2\vec{v} + \vec{w}$. Mostre que $\left(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right)$ é LD, independente de quais sejam os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

   b) Sejam $\vec{a} = \vec{u} + \vec{w}$, $\vec{b} = 2\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ e $\vec{c} = \vec{v} - 2\vec{w}$. Prove que se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é LI, então, $\left(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right)$ é LI.

   c) Mostre que se $\alpha_1\vec{v}_1 + \alpha_2\vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n\vec{v}_n = \beta_1\vec{v}_1 + \beta_2\vec{v}_2 + \cdots + \beta_n\vec{v}_n$ implica em $\alpha_1 = \beta_1, \alpha_2 = \beta_2, \cdots, \alpha_n = \beta_n$, então, $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n)$ é um conjunto LI.

5. ( ) **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

   a) Determine um vetor $\vec{w}$ de forma que seja válida a igualdade $3\vec{w} - 2\vec{u} + \vec{v} = 2\vec{u} - \vec{w} + 4\vec{v}$, sendo $\vec{u} = (-2, 3)$ e $\vec{v} = (1, 2)$.

   b) Determine um ponto P no eixo das abscisas que seja equidistante aos pontos $A = (-1, 2)$ e $B = (5, -4)$.

   c) Dado um vetor $\vec{v} = (1, -3)$, determine um vetor $\vec{u}$, sendo $\vec{u} \perp \vec{v}$ de forma que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tenham sentidos contrários e que $||\vec{u}|| = 3$.

6. ( ) **Questão (Valor 6.0 Pontos):** Mostre que a relação de equipolência é uma relação de equivalência, ou seja, para quaisquer que sejam os segmentos orientados $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ e $\overrightarrow{EF}$, temos que são válidas as seguintes propriedades:

   a) Reflexiva: $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{AB}$.

   b) Simétrica: $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD} \Rightarrow \overrightarrow{CD} \sim \overrightarrow{AB}$.

   c) Transitiva: $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$ e $\overrightarrow{CD} \sim \overrightarrow{EF} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{EF}$.

Boa Prova!!!!!!!!!!!!!!!!