



Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT

Prova	1ª Avaliação de Análise - 23/09/2019
Prof.	Carlos Alberto da Silva Junior
Valor	30.0 pontos
Aluno(a):	

- Escolha 5 (cinco) das 6 (seis) questões abaixo, assinalando a opção escolhida para não ser corrigida no parêntese indicado.
- Só serão corrigidas 5 (cinco) questões, e se não for indicada qual a opção a ser desconsiderada, serão corrigidas as 5 primeiras questões.
- A prova pode ser feita a caneta ou a lápis; - Horário de prova: das 21:00 as 22:50.
- Não é permitido o uso de nenhum equipamento eletrônico durante a prova, sendo que o uso de qualquer equipamento pode ser considerado cola e a prova será anulada.

1. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

- Defina Conjuntos finitos.
- Enuncie o Teorema da Boa Ordenação.
- Mostre que todo subconjunto finito de números naturais possui elemento máximo, ou seja, que existe $n_0 \in X \subset \mathbb{N}$ tal que $x \neq n_0$, para todo $x \in X$.

2. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

- Defina conjuntos infinitos.
- Prove que o conjunto dos números pares é infinito.
- Seja $f : X \rightarrow Y$ uma função. Prove que se X é um conjunto infinito e f é uma função injetiva, então, Y é um conjunto infinito.

3. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

- Defina conjuntos enumeráveis.
- Prove que o conjunto dos números inteiros é enumerável.
- Prove que o produto cartesiano de dois conjuntos enumeráveis é enumerável.

4. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

- Enuncie o princípio da indução finita.
- Prove que $\frac{(1 - x^{n+1})}{1 - x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$, para todo $x \neq 1$.

5. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

- Defina corpos ordenados.
- Prove que para quaisquer $x, y, z \in \mathbb{R}$ vale a identidade

$$|x - z| \leq |x - y| + |y - z|.$$

c) Prove que para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$ vale a identidade

$$||x| - |y|| \leq |x - y|.$$

6. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

- a) Defina cota superior e cota inferior de um subconjunto limitado de números reais.
- b) Enuncie o Teorema dos Intervalos Encaixados.
- c) Prove que o conjunto dos números reais é não enumerável.

Boa Prova!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!