



Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT

Prova	2ª Avaliação de Geometria Analítica - 29/10/2019
Prof.	Carlos Alberto da Silva Junior
Valor	30.0 pontos
Aluno(a):	

- Escolha 5 (cinco) das 6 (seis) questões abaixo, assinalando a opção escolhida para não ser corrigida no parêntese indicado.
- Só serão corrigidas 5 (cinco) questões, e se não for indicada qual a opção a ser desconsiderada, serão corrigidas as 5 primeiras questões.
- A prova pode ser feita a caneta ou a lápis; - Horário de prova: das 17:00 as 18:50.
- Não é permitido o uso de nenhum equipamento eletrônico durante a prova, sendo que o uso de qualquer equipamento pode ser considerado cola e a prova será anulada.

1. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):** Considere $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v} = 3\vec{i} - 6\vec{j}$.

- a) Obtenha $Proj_{\vec{u}}\vec{v}$.
- b) Obtenha $Proj_{\vec{v}}\vec{w}$, onde $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.
- c) Determine dois vetores \vec{p} e \vec{q} tais que $\vec{v} = \vec{p} + \vec{q}$, sendo $\vec{p} \parallel \vec{u}$ e $\vec{q} \perp \vec{u}$.

2. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

- a) Calcule a área do triângulo de vértices $A = (1, -2, 1)$, $B = (2, -1, 4)$ e $C = (-1, -3, 3)$ e a altura relativa ao vértice C .
- b) Mostre que o segmento cujos extremos são os pontos médios de dois lados de um triângulo é paralelo ao terceiro lado e igual a sua metade.
- c) Sabendo que os pontos $A = (4, 0, 0)$, $B = (0, 0, 2)$, $C = (0, 3, 0)$ e $D = (4, 3, -2)$ são coplanares, determine a área do quadrilátero $ABCD$.

3. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

- a) Sendo $\vec{u} = (3, m, -2)$, $\vec{v} = (1, -1, 0)$ e $\vec{w} = (2, -1, 2)$, calcule o valor de m para que o volume do paralelepípedo determinado por esses vetores seja $16u.v.$.
- b) Calcule o volume do tetraedro cujos vértices são $A = (1, 2, 1)$, $B = (7, 4, 3)$, $C = (4, 6, 2)$ e $D = (3, 3, 3)$.
- c) Prove que $[\vec{u} + \vec{v}, \vec{v} + \vec{w}, \vec{w} + \vec{u}] = 2[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$.

4. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

- a) Encontre equações vetorial, paramétrica, simétrica e geral para a reta que passa pelo ponto $A = (1, 4, -7)$ e que seja paralela a reta dada por

$$r : \begin{cases} x = 200 - t \\ y = \sqrt{3} - 3t \\ z = 0 \end{cases}, t \in \mathbb{R} .$$

b) Sejam $A = (3, 6, -7)$, $B = (-5, 2, 3)$ e $C = (4, -7, -6)$ pontos.

i) Mostre que A, B e C formam um triângulo.

ii) Escreva equações paramétricas, simétricas e reduzidas para a reta que contém a mediana relativa ao vértice C .

5. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

a) Determine o valor de k para que os pontos $A = (k, -1, 5)$, $B = (7, 2, 1)$, $C = (-1, -3, -1)$ e $D = (1, 0, 3)$ sejam coplanares.

b) Determine equações vetorial, paramétrica, simétrica, reduzida e geral para a reta que passa pelo ponto $A = (2, -1, 4)$ e seja ortogonal ao plano $\pi : x - 3y + 2z - 1 = 0$.

c) Verifique se os pontos $A = (-2, 0, -4)$, $B = (0, 3, 2)$ e $C = (3, -1, 0)$ determinam um plano. Em caso afirmativo, encontre uma equação geral para o plano determinado por esses três pontos.

6. () **Questão (Valor 6.0 Pontos):**

a) (**Identidade de Lagrange:**) Sejam \vec{u} e \vec{v} dois vetores no espaço. Então,

$$\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2.$$

b) Três vértices de um tetraedro de volume $6u.v$. são $A = (-2, 4, -1)$, $B = (-3, 2, 3)$, $C = (1, -2, 1)$. Encontre o outro vértice, sabendo que ele pertence ao eixo y .

Boa Prova!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!